PERPENDICULARIDAD II

1) Halla la ecuación de la recta r contenida en el plano π, que pasa por el punto A(1,0,-1) y que es perpendicular a la recta s, en cada uno de los casos:

a) $\pi : 2x - 3y + z - 3 = 0, \quad s: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 2t \end{cases}$

b) $\pi : 3x + y - z + 3 = 0, \quad s: \begin{cases} x + y - 3z + 1 = 0 \\ 2x - y + z - 4 = 0 \end{cases}$

2) Halla la ecuación del plano que pasa por los puntos A(2,1,-1), B(-1,2,1) y es perpendicular al plano de ecuación x + y + z + 2 = 0

3) Halla el plano π perpendicular al plano π': x – 2y – 3z + 1 = 0 y que contiene a la recta r: $\begin{cases} 2x - y + 3z = 0 \\ x - z + 2 = 0 \end{cases}$.

4) Halla la ecuación del plano que pasa por el punto (1,2,0) y es perpendicular a la recta r: $\begin{cases} x - 2y + 3z - 1 = 0 \\ 2x + y - z + 2 = 0 \end{cases}$

5) Halla la ecuación del plano que pasa por el punto (1,2,0) y es perpendicular a la recta r: $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 + 2t \\ z = 4 \end{cases}$

SOLUCIONES

1) **a)** La recta r se puede calcular como intersección de dos planos, π y π´ (plano perpendicular a la recta s y que contiene al punto P)

π´: $\overrightarrow{n_{\pi'}} = \overrightarrow{d_s} = (-1,1,2)$, A(1,0,-1) → π´: -1(x – 1) + 1(y – 0) + 2(z + 1) = 0 →

π´: x – y –2z – 3 = 0 , $r \equiv \begin{cases} 2x - 3y + z - 3 = 0 \\ x - y - 2z - 3 = 0 \end{cases}$

b) Ejercicio análogo al apartado a). Para hallar la dirección de la recta s hallamos el producto vectorial de los vectores perpendiculares a los planos que determinan la recta s.

$$s: \begin{cases} x + y - 3z + 1 = 0 \\ 2x - y + z - 4 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} \overrightarrow{n_1} = (1,1,-3) \\ \overrightarrow{n_2} = (2,-1,1) \end{matrix} \rightarrow \overrightarrow{d_s} = \overrightarrow{n_1} x \overrightarrow{n_2} = \left(\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \right) = (-2,-7,-3) \rightarrow$$

π´: -2(x – 1) +(-7)(y – 0) + (-3)(z + 1) = 0 → π´: 2x + 7y +3z + 1 = 0 ,

$$r \equiv \begin{cases} 3x + y - z + 3 = 0 \\ 2x + 7y + 3z + 1 = 0 \end{cases}$$

2) Del plano buscado conocemos dos puntos A(2,1,-1) y B(-1,2,1), un vector director $\overrightarrow{AB}$ = = (-3,1,2) y el otro vector director $\vec{u} = \overrightarrow{n_{\pi}}´ = (1,1,1)$,luego su ecuación se halla haciendo el determinante: $\begin{vmatrix} x-2 & y-1 & z+1 \\ -3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow \pi \equiv x - 5y + 4z + 7 = 0$

3) Del plano π conocemos un punto (cualquiera de la recta r), un vector director (el vector director de la recta s) y otro vector director (el vector perpendicular al plano π´). Hallo, primero, las ecuaciones paramétricas de r.

$$r: \begin{cases} 2x - y + 3z = 0 \\ x - z + 2 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - y = -3z \\ x = -2 + z \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = -2 + t \\ y = -4 + 5t \\ z = t \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} P_r = (-2,-4,0) \\ \overrightarrow{d_r} = (1,5,1) \end{matrix} ; \quad \overrightarrow{n_{\pi'}} = (1,-2,-3)$$

$$\pi \equiv \begin{vmatrix} x+2 & y+4 & z \\ 1 & 5 & 1 \\ 1 & -2 & -3 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow \pi = 13x - 4y + 7z + 10 = 0$$

4) Del plano pedido conocemos un punto A(1,2,0) y necesitamos su vector perpendicular $\overrightarrow{n_{\pi}} = \overrightarrow{d_r}$. Para hallar la dirección de la recta r hallamos el producto vectorial de los vectores perpendiculares a los planos que determinan la recta r.

$$\begin{matrix} \overrightarrow{n_1} = (1,-2,3) \\ \overrightarrow{n_2} = (2,1,-1) \end{matrix} \rightarrow \overrightarrow{d_r} = \overrightarrow{n_1} x \overrightarrow{n_2} = \left(\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) = (-1,7,5)$$

π´: -1(x - 1) + 7(y - 2) + 5(z - 0) = 0 ; **x – 7y – 5z + 13 = 0**

5) Del plano pedido conocemos un punto A(1,2,0) y su vector perpendicular $\overrightarrow{n_{\pi}} = \overrightarrow{d_r}$ =(-1,2,0) → π : -1(x – 1) + 2(y – 2) = 0 ; **x –2y +3 = 0**